

ДИЛОГОВАЯ СИСТЕМА АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА С УПРУГИМИ ЗВЕНЬЯМИ

Дракунов Ю.М., Тулешова А.А.

Казахский национальный университет, Алматы, Казахстан, drakunov@mail.ru

Аннотация: В работе рассматриваются колебания рычажного механизма с упругими звеньями. Проводится анализ уравнений движения шарнирного четырехзвенника с упругими звеньями.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, звено, четырехзвенный механизм, шарнир, координата, алгоритм, вал, динамика.

DIALOG SYSTEM FOR ANALYZING DYNAMICS FOUR-LINK WITH ELASTIC LINKS

Drakunov Yu. M., Tuleshova A. A.

Kazakh national University, Almaty, Kazakhstan

Annotation: In the paper vibrations in lever mechanism with elastic links are considered. The work's aim is analysis of the equations of the hinge four-linked mechanism motion.

Key words: differential equations, link, four-link mechanism, hinge, coordinate, algorithm, shaft, dynamics.

Постановка задачи. Четырехзвенные рычажные механизмы самые распространенные в технике. Многие из этих механизмов работают в сложных технологических условиях под действием больших сил и имеют большие скорости движения. В этих условиях на точность движения и надежность рабочего звена механизма существенное влияние оказывают упругие свойства звеньев. Существуют различные модели четырехзвенных механизмов, где учитываются упругие характеристики звеньев. Более обоснованным и привычным для ТММ является применение принципа приведения упругих податливостей к звену приведения и получение динамической модели с ограниченной степенью свободы [1].

Целью данной работы является на основе известной динамической модели четырехзвенника [1] разработать диалоговую системы динамического анализа механизма с учетом упругих и диссипативных свойств звеньев и кинематических пар. Эта система позволяет решать различные задачи динамики механизма и ставить численные эксперименты.

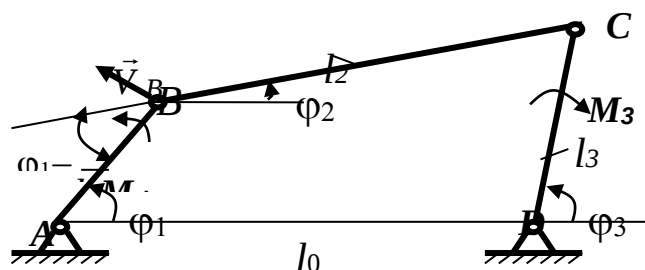


Рис. 1. Механизм шарнирного четырехзвенника

Рассмотрим колебания в шарнирном четырехзвенном механизме (рис.1), приведенного к динамической модели в виде двух вращающихся звеньев с приведенными моментами инерции I_d, I_n , между которыми помещено нелинейное упругое звено с переменным приведенным коэффициентом жесткости c_n и постоянным коэффициентом

диссипации b_n (рис. 2). Длины звеньев обозначены через l_0, l_1, l_2, l_3 , угловые координаты - $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. За обобщенные координаты приняты угол поворота двигателя φ_d и угол поворота правой массы, равный углу поворота звена 1 - φ_1 .

Для динамической модели механизма составлены дифференциальные уравнения движения [1]:

$$\begin{cases} I_d \ddot{\varphi}_d + c_n (\varphi_d - \varphi_1) + b_n (\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_1) = \vec{M}_d, \\ I_n \ddot{\varphi}_1 + \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \frac{dI_n}{d\varphi_1} - c_n (\varphi_d - \varphi_1) - b_n (\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_1) + \frac{(\varphi_d - \varphi_1)^2}{2} \frac{dc_n}{d\varphi_1} = \vec{M}_3 u_{31}, \end{cases} \quad (1)$$

где φ_d - угол поворота левой массы, равный углу поворота вала двигателя,

φ_1 - угол поворота правой массы, равный углу поворота звена 1,

$\vec{M}_d = \vec{M}_1$ - момент сил на валу двигателя,

$\vec{M}_n = \vec{M}_3 u_{31}$ - приведенный к звену 1 момент сил, приложенных к звену 3,

$I_n = I_1 + I_3 u_{31}^2$ - приведенный момент инерции,

Для приведенного коэффициента жесткости можно записать

$$c_n = \frac{1}{\Delta_1} l_1^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (2)$$

где

$$\Delta = e_1 l_1^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2) + e_2 + e_3 l_3^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_3).$$

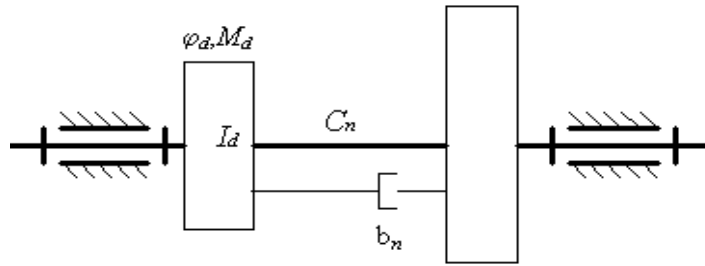


Рис. 2. Схема динамической модели механизма

Алгоритм динамического анализа. Для нахождения зависимостей углов $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1)$ и $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1)$ используем уравнение замкнутого контура ABCD:

$$\begin{aligned} \ell_1 \cos \varphi_1 + \ell_2 \cos \varphi_2 - \ell_3 \cos \varphi_3 - \ell_0 &= 0 \\ \ell_1 \sin \varphi_1 + \ell_2 \sin \varphi_2 - \ell_3 \sin \varphi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Решение уравнения относительно φ_3 можно записать как последовательность следующих явных формул:

$$\varphi_3 = \pm \arccos \frac{l_2^2 - l_\gamma^2 - l_3^2}{2l_\gamma l_3} + \gamma, \quad (4)$$

где $\gamma = \arctg \left(-\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_0 - l_1 \cos \varphi_1} \right),$

$$l_\gamma = \sqrt{(l_0 - l_1 \cos \varphi_1)^2 + l_1^2 \sin^2 \varphi_1}. \quad (5)$$

Аналогично, для $\varphi_2 = \pm \arccos \frac{l_2^2 + l_\gamma^2 - l_3^2}{2l_\gamma l_2} + \gamma. \quad (6)$

Для определения передаточных отношений механизма дифференцируем уравнения связи (3) по переменной φ_1 и применив метод определителей Крамера, получим:

$$u_{21} = -\frac{l_1 \sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{l_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}, \quad (7)$$

$$u_{31} = -\frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (8)$$

Производная приведенного момента инерции по φ_1 :

$$\frac{dI_n}{d\varphi_1} = I'_n = 2I_3 u_{31} u'_{31}, \quad (9)$$

где

$$u'_{31} = u_{31} [\text{ctg}(\varphi_1 - \varphi_2)(1 - u_{21}) - \text{ctg}(\varphi_3 - \varphi_2)(u_{31} - u_{21})]. \quad (10)$$

Производная приведенного коэффициента жесткости по φ_1 (2):

$$\frac{dc_n}{d\varphi_1} = c'_n = \frac{1}{\Delta} [l_1^2 \sin 2(\varphi_1 - \varphi_2)(1 - u_{21}) - c_n \Delta'],$$

где

$$\Delta' = e_1 l_1^2 \sin 2(\varphi_1 - \varphi_2)(1 - u_{21}) + e_3 l_3^2 \sin 2(\varphi_2 - \varphi_3)(u_{21} - u_{31}).$$

Далее, произведем замену и перейдем от системы дифференциальных уравнений второго порядка к системе дифференциальных уравнений первого порядка.

Обозначим $\varphi_1 = y_0, \dot{\varphi}_1 = y_1, \varphi_d = y_2, \dot{\varphi}_d = y_3$, тогда система уравнений (1) будет выглядеть в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{dy_0}{dt} = y_1, \\ \frac{dy_1}{dt} = \frac{1}{I_n} \left[M_3 u_{31} - \frac{y_3^2}{2} I'_n + c_n (y_2 - y_0) + b_n (\dot{y}_2 - \dot{y}_0) - \frac{(y_2 - y_0)^2}{2} c'_n \right], \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3, \\ \frac{dy_3}{dt} = \frac{1}{I_d} [M_d - c_n (y_2 - y_0) - b_n (\dot{y}_2 - \dot{y}_0)] \end{cases} \quad (11)$$

Диалоговая система динамики четырехзвенника. Решение системы дифференциальных уравнений (11) осуществляется численным способом с применением метода Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага при заданных начальных условиях:

$$t = t_0 = 0, \varphi_1 = \varphi_1^0 = 0, \varphi_d = \varphi_d^0 = 0.$$

Составлена программа решения в системе Delphi, результаты представлены в виде графиков при двух сборках механизма. При различных исходных данных механизма исследован характер изменения графиков зависимости углов, угловых скоростей звеньев и приведенного момента инерции от времени (рис.4). На первой координатной плоскости изображены графики изменения угла поворота и угловой скорости двигателя от времени, на второй – изменение угла закручивания (разности угла поворота двигателя и угла поворота начального звена), на третьей – изменение скорости угла закручивания и на четвертой – зависимость приведенного момента инерции от времени.

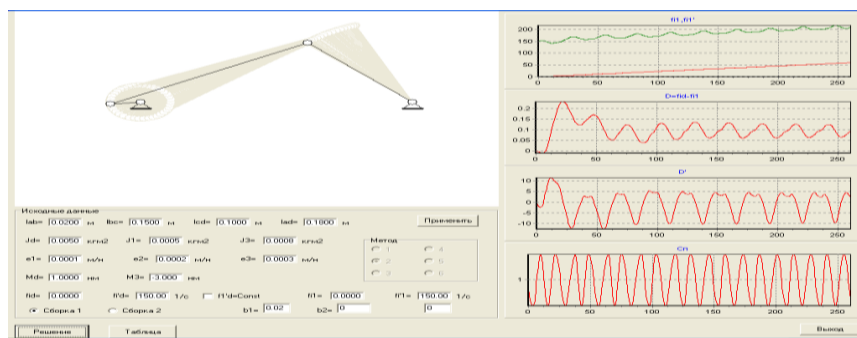


Рис. 4. Графики зависимостей углов, угловых скоростей звеньев и приведенного момента инерции от времени для сборки 1

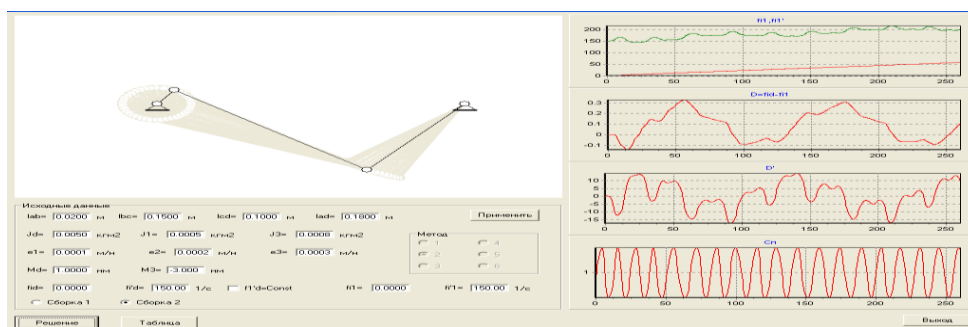


Рис.5. Графики зависимостей углов, угловых скоростей звеньев и приведенного момента инерции от времени для сборки 2.

Во всех случаях угол поворота начального звена и угол поворота двигателя увеличиваются, изменение угла закручивания представляет собой колебательный процесс.

Из графиков, изображенных на рисунке 4, видно, что угловая скорость двигателя на участке разгона возрастает, изменяясь периодически. Приведенный момент инерции, как мы видим, имеет периодический характер.

Для сборки 2 (рис.5) графики зависимости углов, угловых скоростей и приведенного момента инерции механизма от времени имеют примерно такой же характер изменения.

При значении коэффициента диссипации, равном $0.0001 \div 0.01$ наблюдается процесс убывания колебаний угла закручивания или, разности угла поворота двигателя и угла поворота начального звена. Из графиков, изображенных на рисунке 4 при коэффициенте диссипации, равном 0.005 видно, что угол закручивания убывает с некоторой периодичностью. При больших значениях коэффициента диссипации, например, 0.02, изменение угла закручивания представляет собой аperiodический процесс затухания. На основании вышеизложенного можно сделать следующий вывод: результаты решения дифференциальных уравнений соответствуют реальным процессам, происходящим в механизмах с упругими звеньями с учетом диссипации.

Использованная литература

1. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1990. - 592 с.